



KURS

RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE

Lekcja 5

Równania różniczkowe II rzędu:

Liniowe o stałych współczynnikach.

Sprowadzalne do równań I-go rzędu.

ZADANIE DOMOWE



Część 1: TEST

Zaznacz poprawną odpowiedź (tylko jedna jest prawdziwa).

Pytanie 1

Równanie różniczkowe II rzędu ma zawsze postać :

- a) $F(y, y', y'') = 0$
- b) $F(x', y, y', y'') = 0$
- c) $F(x, y, y', y'') = 0$
- d) $F(x, y, y', y'') = r(x)$

Pytanie 2

Równanie różniczkowe II rzędu liniowe, niejednorodne, o stałych współczynnikach ma zawsze postać:

- a) $ay'' + by' + cy = r(x)$
- b) $ay'' + by' + cy = 0$
- c) $ay'' + by' = r(x)$
- d) $ay'' + by'' + cy'' = r(x)$

Pytanie 3

Aby rozwiązać równanie różniczkowe postaci $ay'' + by' + cy = r(x)$ stosujemy:

- a) zawsze metodę uzmienniania stałej
- b) zawsze metodę przewidywań
- c) metodę podstawiania
- d) metodę przewidywań lub metodę uzmienniania stałej



Pytanie 4

W metodzie przewidywań rozwiązaniem równania różniczkowego postaci $ay'' + by' + cy = r(x)$ jest:

a) $y = y_j - y_p$

b) $y = y_j + y_p$

c) $y = y_j \cdot y_p$

d) $y = \frac{y_j}{y_p}$

Pytanie 5

Określ zdanie prawdziwe:

a) Jeśli $r(x)$ jest wielomianem, to y_p jest wielomianem ogólnym tego samego stopnia

b) Jeśli $r(x)$ jest wielomianem, to y_p jest wielomianem ogólnym tego samego, lub większego stopnia

c) Jeśli $r(x) = W(x)e^{bx}$, to $y_p = W_n(x) \cdot e^x$

d) Jeśli $r(x) = W(x)e^{bx}$, to $y_p = W(x) \cdot e^{bx}$



Pytanie 6

Jednym z etapów rozwiązania równania różniczkowego $ay'' + by' + cy = r(x)$ metodą uzmienniania stałej jest rozwiązanie następującego układu:

$$\text{a) } \begin{cases} C_1'(x) \cdot \square + C_2'(x) \cdot \Delta = 0 \\ C_1'(x) \cdot \square' + C_2'(x) \cdot \Delta' = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} C_1'(x) + C_2'(x) = 0 \\ C_1'(x) \cdot \square' + C_2'(x) \cdot \Delta' = \frac{r(x)}{a} \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} C_1'(x) \cdot \square + C_2'(x) \cdot \Delta = 0 \\ C_1'(x) \cdot \square' + C_2'(x) \cdot \Delta' = \frac{r(x)}{a} \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} C_1'(x) \cdot \square + C_2'(x) \cdot \Delta = \frac{r(x)}{a} \\ C_1'(x) \cdot \square' + C_2'(x) \cdot \Delta' = 0 \end{cases}$$

Pytanie 7

Wskaż poprawne zdanie:

- a) w metodzie uzmienniania stałej rozwiązujemy układ równań wyznaczając $C_1(x)$ oraz $C_2(x)$
- b) w metodzie uzmienniania stałej rozwiązujemy układ równań wyznaczając funkcję Δ oraz \square
- c) w metodzie przewidywań rozwiązujemy układ równań wyznaczając $C_1(x)$ oraz $C_2(x)$
- d) w metodzie przewidywań rozwiązujemy układ równań wyznaczając funkcję Δ oraz \square



Pytanie 8

W równaniu $y_j = C_1 \square + C_2 \Delta$ uzmiennić stałą - to znaczy otrzymać równanie:

- a) $y = C_1 + C_2$
- b) $y = C_1(x) \cdot \square + C_2(x) \cdot \Delta$
- c) $y = C_1'(x) \cdot \square + C_2'(x) \cdot \Delta$
- d) $y = C_1' \square + C_2' \Delta$

Pytanie 9

Aby sprowadzić równanie typu $F(x, y', y'') = 0$ do równania I rzędu należy:

- a) podstawić: $p = y$
- b) podstawić: $p = y'$
- c) podstawić: $p = y''$
- d) podstawić: $p = x$

Pytanie 10

Aby sprowadzić równanie typu $F(y, y', y'') = 0$ do równania I rzędu należy:

- a) podstawić: $u(y) = y$
- b) podstawić: $u(y) = x'$
- c) podstawić: $u(y) = y'$
- d) podstawić: $u(y) = x$

Część 2: ZADANIA

Zadanie 1

Rozwiąż równanie:

a) $y'' + 3y' - 4y = 2x$

b) $y'' + 5y' + 4y = -4x$

c) $y'' + y' - 16y = -x$

d) $y'' + y' + 4y = -2x$

e) $y'' + 9y' + 12y = \frac{1}{2}x$

f) $y'' + y' + 3y = x$

g) $y'' + 2y' + 3y = 5$

h) $y'' - 3y' + 4y = -1$

Zadanie 2

Rozwiąż równanie :

a) $y'' - 2y = 5e^{3x}$

b) $y'' + 3y = -2e^{-x}$

c) $y'' - 5y = -e^{2x}$

d) $y'' + 7y = -e^{-2x}$

Zadanie 3

Rozwiń:

a) $y'' - 4y' + \frac{5}{4}y = (x^2 + x)e^{2x}$

b) $y'' - 2y' + y = (x^2 + x)e^{-3x}$

c) $y'' - 4y' + 4y = (x^2 + x)e^x$

d) $y'' - 4y' + y = (x^2 + x)e^{-10x}$

Zadanie 4

Rozwiń równania:

a) $y'' - 3y' + 2y = 2\cos 2x - \sin 2x$

b) $y'' - 4y' + y = -\cos 2x + 3\sin 2x$

c) $4y'' - 4y' + y = \cos 2x + \sin 2x$

d) $y'' - y' - y = 3\sin 2x$

e) $y'' - 4y' + 2y = -\cos 2x$

Zadanie 5

Znaleź rozwiązanie równań różniczkowych dla określonych warunków:

a) $y'' + 2y = -\cos 2x$, gdy $y(0) = 1, y'(0) = 1$

b) $2y'' + y = \cos 4x$, gdy $y(0) = 1, y'(0) = 1$

c) $y'' + 2y' + y = -\sin 2x$, gdy $y(0) = 2, y'(0) = 3$

d) $y'' + 3y' = \sin 3x$, gdy $y(0) = 1, y'(0) = 2$

e) $y'' - 5y' + 4y = e^x \cos x$, gdy $x = 0, y = 0, y' = 0$



Zadanie 6

Rozwiąż równanie różniczkowe:

a) $y'' - 5y' + 4y = 2x + 1 - 50\sin 2x$

b) $y'' - y' + 4y = x - 1 + 25\cos 2x$

c) $y'' - 3y' - 4y = -4x + 1 - 2\sin x$

d) $y'' - 5y' + 4y = e^{-x} + e^x$

e) $y'' - 3y' - 4y = 2e^{-2x} + e^x$

Zadanie 7

a) $y'' - y = \frac{e^x}{e^x - 1}$

b) $y'' - 4y' + 4y = \frac{e^{2x}}{x}$

c) $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$

d) $y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}$

e) $y'' + y = -\frac{1}{\cos^3 x}$



Zadanie 8

a) $y'' = 2 \sin x \cos x$

b) $2y'' = -3 \sin x \cos x$

c) $x^3 y'' - x^2 y' = 3$

d) $x^3 y'' + x^2 y' = 5$

e) $(y')^2 = (y-1)y''$

f) $(y')^2 = (y+1)y''$

KONIEC