



KURS

RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE

Lekcja 5

Równania różniczkowe II rzędu:

Liniowe o stałych współczynnikach.

Sprowadzalne do równań I-go rzędu.

ROZWIĄZANIE ZADANIA DOMOWEGO



Część 1: TEST

Pytanie 1: c

Pytanie 2: a

Pytanie 3: d

Pytanie 4: b

Pytanie 5: b

Pytanie 6: c

Pytanie 7: a

Pytanie 8: b

Pytanie 9: b

Pytanie 10: c

Część 2: ZADANIA

Zad. 1

$$\text{a) } y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^x - \frac{1}{2}x - \frac{3}{8}$$

$$\text{b) } y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{-x} - x + \frac{5}{4}$$

$$\text{c) } y = C_1 e^{\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{65}}{2}\right)x} + C_2 e^{\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{65}}{2}\right)x} + \frac{1}{16}x + \frac{1}{256}$$

$$\text{d) } y = C_1 e^{-\frac{1}{2}x} \sin\left(\frac{\sqrt{15}x}{2}\right) + C_2 e^{-\frac{1}{2}x} \cos\left(\frac{\sqrt{15}x}{2}\right) + \frac{1}{8}(1-4x)$$

$$\text{e) } y = C_1 e^{\left(\frac{9}{2} - \frac{\sqrt{33}}{2}\right)x} + C_2 e^{\left(\frac{9}{2} + \frac{\sqrt{33}}{2}\right)x} + \frac{x}{24} - \frac{1}{32}$$

$$\text{f) } y = C_1 e^{-\frac{1}{2}x} \sin\left(\frac{\sqrt{11}x}{2}\right) + C_2 e^{-\frac{1}{2}x} \cos\left(\frac{\sqrt{11}x}{2}\right) + \frac{1}{9}(3x-1)$$

$$\text{g) } y = C_1 e^{-x} \sin(\sqrt{2}x) + C_2 e^{-x} \cos(\sqrt{2}x) + \frac{5}{3}$$

$$\text{h) } y = C_1 e^{\frac{3}{2}x} \sin\left(\frac{\sqrt{7}x}{2}\right) + C_2 e^{\frac{3}{2}x} \cos\left(\frac{\sqrt{7}x}{2}\right) - \frac{1}{4}$$

Zad. 2

$$\text{a) } y = C_1 e^{\sqrt{2}x} + C_2 e^{-\sqrt{2}x} + \frac{5e^{3x}}{7}$$

$$\text{b) } y = C_2 \sin(\sqrt{3}x) + C_1 \cos(\sqrt{3}x) - \frac{e^{-x}}{2}$$

$$\text{c) } y = C_1 e^{\sqrt{5}x} + C_2 e^{-\sqrt{5}x} + e^{2x}$$

$$\text{d) } y = C_2 \sin(\sqrt{7}x) + C_1 \cos(\sqrt{7}x) - \frac{e^{-2x}}{11}$$

Zad. 3

$$\text{a) } y = C_1 e^{\left(\frac{2-\sqrt{11}}{2}\right)x} + C_2 e^{\left(\frac{2+\sqrt{11}}{2}\right)x} - \frac{4}{11} e^{2x} x^2 - \frac{4}{11} e^{2x} x - \frac{32e^{2x}}{121}$$

$$\text{b) } y = C_1 e^x + C_2 e^x x + \frac{1}{128} e^{-3x} (8x^2 + 16x + 7)$$

$$\text{c) } y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{2x} x + e^x (x^2 + 5x + 8)$$

$$\text{d) } y = C_1 e^{(2-\sqrt{3})x} + C_2 e^{(2+\sqrt{3})x} - \frac{1}{141} e^{-10x} x^2 + \frac{21}{2209} e^{-10x} x + \frac{1418e^{-10x}}{934407}$$

Zad. 4

$$\text{a) } y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} - \frac{1}{4} \sin 2x - \frac{1}{4} \cos 2x$$

$$\text{b) } y = C_1 e^{(2-\sqrt{3})x} + C_2 e^{(2+\sqrt{3})x} - \frac{1}{73} \sin 2x + \frac{27}{73} \cos 2x$$

$$\text{c) } y = C_1 e^{\frac{1}{2}x} + C_2 e^{\frac{1}{2}x} x + \frac{1}{289} (-23 \sin 2x - 7 \cos 2x)$$

$$\text{d) } y = C_1 e^{\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)x} + C_2 e^{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)x} - \frac{15}{29} \sin 2x + \frac{6}{29} \cos 2x$$

$$\text{e) } y = C_1 e^{(2-\sqrt{2})x} + C_2 e^{(2+\sqrt{2})x} + \frac{2}{17} \sin 2x + \frac{1}{34} \cos 2x$$

Zad. 5

$$a) y_{sz} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(\sqrt{2}x) + \frac{1}{2} \cos(\sqrt{2}x) + \frac{1}{2} \cos 2x$$

$$b) y_{sz} = \sqrt{2} \sin\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) + 1 \frac{1}{31} \cos\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) - \frac{1}{31} \cos 4x$$

$$c) y_{sz} = 1,84e^{-x} + 4,6e^{-x}x + \frac{1}{25}(3\sin 2x + 4\cos 2x)$$

$$d) y_{sz} = -\frac{13}{18}e^{-3x} + \frac{16}{9} + \frac{1}{18}(-\sin 3x - \cos 3x)$$

$$e) y_{sz} = -\frac{1}{10}e^x \cos x - \frac{3}{10}e^x \sin x + \frac{1}{10}e^{4x}$$

Zad. 6

$$a) y = C_1e^x + C_2e^{4x} + \frac{1}{2}x - 5\cos 2x + \frac{3}{8}$$

$$b) y = C_1e^{\frac{1}{2}x} \sin\left(\frac{\sqrt{15}x}{2}\right) + C_2e^{\frac{1}{2}x} \cos\left(\frac{\sqrt{15}x}{2}\right) + \frac{1}{4}x - 25\sin x \cos x - \frac{3}{16}$$

$$c) y = C_1e^{-x} + C_2e^{4x} + x + \frac{5}{17}\sin x - \frac{3}{17}\cos x - 1$$

$$d) y = C_1e^x + C_2e^{4x} - \frac{e^x x}{3} + \frac{e^{-x}}{10}$$

$$e) y = C_1e^{-x} + C_2e^{4x} + \frac{e^{-2x}}{3} - \frac{e^x}{6}$$

Zad. 7

$$a) y = C_1e^x + C_2e^{-x} - \frac{e^x x}{2} - \frac{1}{2}e^{-x} \ln(1-e^x) + \frac{1}{2}e^x \ln(1-e^x) - \frac{1}{2}$$

$$b) y = C_1e^{2x} + C_2e^{2x}x + e^{2x}x(\ln x - 1)$$

$$c) y = C_1e^x + C_2e^x x + e^x x(\ln x - 1)$$



$$d) y = (C_1 - \ln|\sin x|) \cos 2x + \left(C_2 - x - \frac{1}{2\operatorname{tg}x} \right) \sin 2x$$

$$e) y = -\frac{1}{2\cos x} + (C_1 + 1) \cos x + C_2 \sin x$$

Zad. 8

$$a) y = C_2 x + C_1 - \frac{1}{4} \sin 2x$$

$$b) y = C_2 x + C_1 + \frac{3}{8} \sin x \cos x$$

$$c) y = \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 + \frac{1}{x}$$

$$d) y = C_1 \ln x + C_2 + \frac{5}{x}$$

$$e) y = e^{C_1 x + C_2 C_1} + 1$$

$$f) y = \frac{e^{C_1 x + C_2 C_1} - C_1}{C_1}$$

KONIEC