Każde zadanie należy rozwiązać na osobnej, czytelnie podpisanej kartce.

IMiIP, IO, 06.02.2020

1. *Wyznaczyć postać Jordana J macierzy operatora liniowego $\mathcal{A}$ i bazę $\{f_1, f_2, f_3\}$, w której przyjmuje on tę postać, jeśli w bazie $\{e_1, e_2, e_3\}$ operator $\mathcal{A}$ dany jest macierzą:*

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & -3 & 3 \\ -2 & -2 & 2 \end{bmatrix}. \qquad (10pt)$$

2. a) *Podać wszystkie elementy zbioru $\sqrt[4]{(1+2i)^8}$ w postaci algebraicznej i naszkicować je na płaszczyznie zespolonej. (4pt)*

b) *Znale rozwizania rwnania $z^3 = -4\overline{z}|z|$. (6pt)*

3. *Rozwiąż równanie macierzowe: (10pt).*

$$X \times \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 4 & 0 \\ -4 & 8 & 4 \end{bmatrix}$$

4. *Dla jakich wartości parametru $a \in \mathbf{R}$ układ równań liniowych ma rozwiązanie, dla którego $x > 1$? (10pt):*

$$\begin{cases} x + y - az = 2 \\ -ax + y + z = -a \\ x - ay + z = 0 \end{cases}$$

5. *Podać definicję iloczynu skalarnego $(\cdot, \cdot)$ przestrzeni liniowej. Który z podanych niżej wzorów*

$$(\vec{x}, \vec{y})_1 = x_1y_2 + x_2y_1 + x_3y_3, \quad (\vec{x}, \vec{y})_2 = 2020x_1y_1 + x_2y_2 - x_3y_3, \quad (\vec{x}, \vec{y})_3 = x_1y_1 + x_2y_2 + 2x_3y_3$$

$\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ może by iloczynem skalarnym w przestrzeni $\mathbb{R}^3$. Dla tego iloczynu skalarnego znaleźć odległość wektoru $\vec{h} = (1, 0, 1)$ do podprzestrzeni M z bazą $\vec{u}_1 = (-1, 1, 1)$, $\vec{u}_2 = (0, 1, -1)$. (10pt)